

ボーイ・サーフェス設計書

-はさみ、紙、セロテープで工作可能-

小笠 英志

本稿は、ボーイ・サーフェスというものの設計図です。

ボーイという数学者が、「 $\mathbb{R}P^2$ の \mathbb{R}^3 へのはめ込み」という図形を 1901 年に発見して、発表しました ([1])。この図形をボーイに敬意を表し、ボーイ曲面 (Boy surface、ボーイ・サーフェス) と言います。

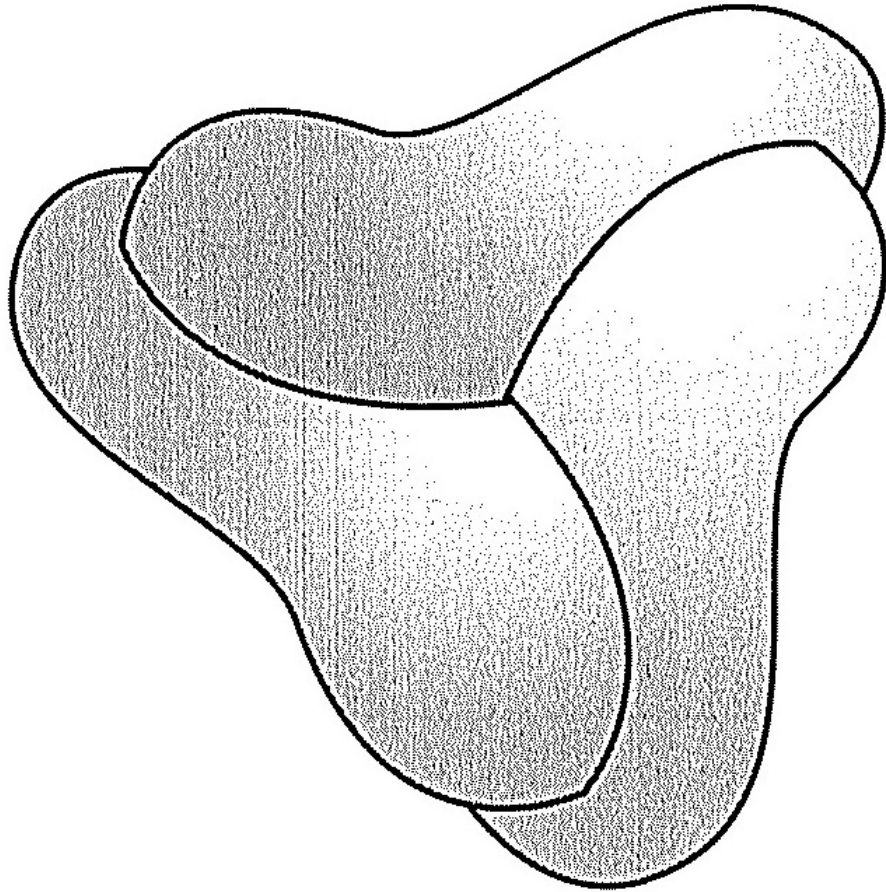
ボーイ・サーフェスは図 0.1 のような感じ です。

ボーイ・サーフェスについては初心者向けの解説は拙著 [7] を御覧下さい。厳密な解説は [3] を御覧下さい。[3] の P121 に [1] が引用されています。

本稿は、拙記事 [6] の和訳です。

Giller という人がボーイ・サーフェスを彼の論文 [2] で使いました。著者は、拙論文 [4] で、[2] を引用し、ボーイサーフェスを使って、新発見をひとつしました。著者は、拙論文 [5] でも [2] を引用しました。

それが、拙記事 [6] 並びに、本稿を執筆したきっかけです。



ボーイ・サーフェス

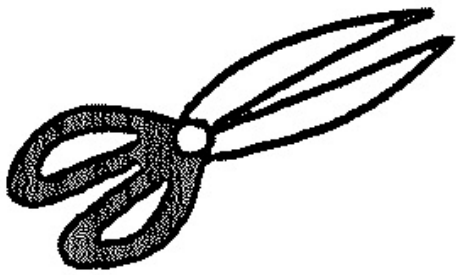
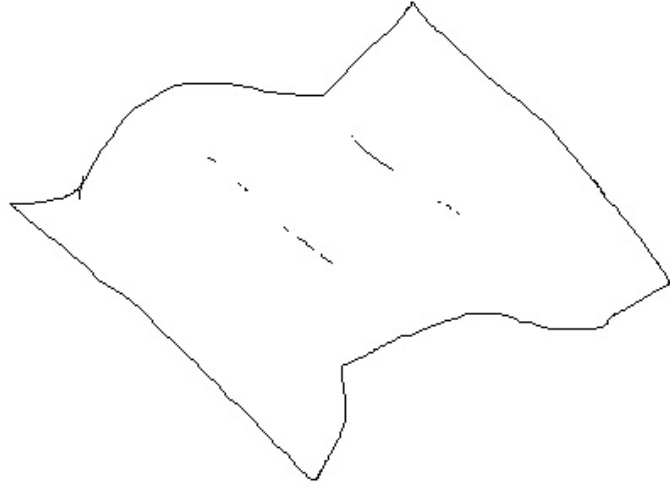
FIGURE 0.1. ボーイサーフェス

ウェブ検索すると別の向きから見た絵なども見つかります。しかし、絵をいろいろ見ても、多くの初心者には、どのような形か、なかなか実感が湧かないのではないのでしょうか。 \mathbb{R}^3 の中の図形であるにもかかわらず、です。

ボーイ・サーフェスは数学で重要なものなのですが、数学以外の一般では、それほど、有名ではないようです。

その理由は、おそらく、こうだと思います。ボーイサーフェスは絵を見ても、どのような形か、なかなかイメージが頭に浮かばないからだと思います。

しかるに、本稿では、実際に、ボーイ・サーフェスを作ってみます。今から、ボーイ・サーフェスをハサミ、紙、セロテープを使って簡単に工作する方法を紹介します。実際に作ってみればどんな形か実感が湧くでしょう。



これから紹介する工作を実際にするのを撮影した動画をYoutubeに置きました。そのyoutube動画は著者のウェブサイトともリンクしています。どちらのウェブサイトも検索エンジンで

Eiji Ogasa

おがさえいじ

小笠英志

Make your Boy surface

などで検索出来ます。

また、この動画の解説記事

“Eiji Ogasa: Make your Boy surface”

を

<http://arxiv.org/pdf/1303.6448v1.pdf>

に置きました。このウェブサイトは検索エンジンで、

Make your Boy surface

で検索しても見つかります。

図 0.2 と 0.3 にある Figure I, II, III を見て下さい。Figure I のコピーを 3 個とってください。もしくは上記の、‘ウェブ上の拙記事’ から印刷して下さい。その後、Figure II を 1 個、Figure III を 3 個以下のように用意してください。Figure I の各正方形の一辺の長さを、Figure II, III の各正方形の一辺の長さの半分になるようにして下さい。まず Figure I を用意して、Figure II, III の各正方形の一辺の長さがそうなるように、定規と鉛筆で書いてください。

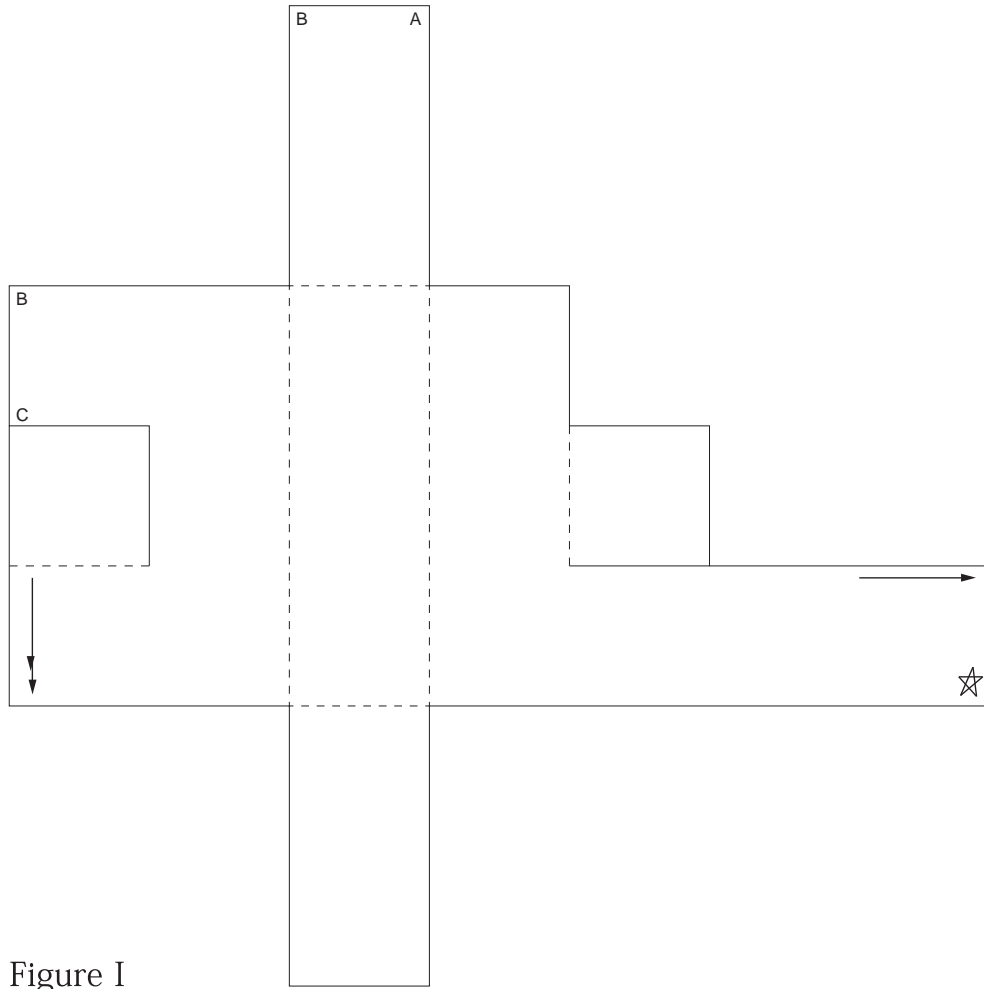


Figure I

FIGURE 0.2.

Figure III

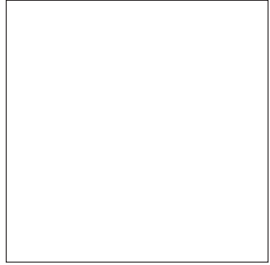


Figure II

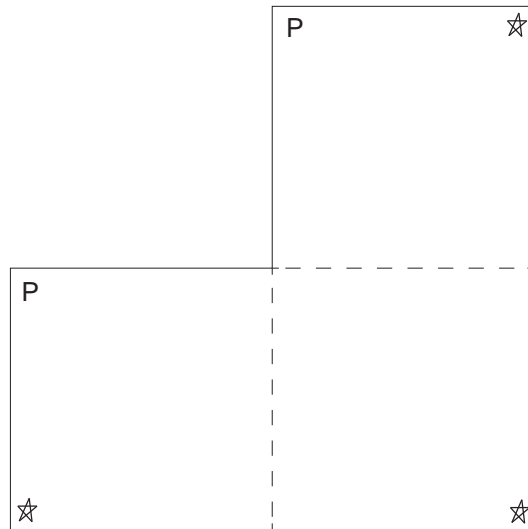


FIGURE 0.3.

図 0.4 の Figure IV のものを Figure III のコピー 3 個から作ってください。できたものをパーツ IV と呼びます。(注意: パーツ IV を作るときに Figure III のコピー 3 個を何回かはさみで、切らなければなりません。必要なら、いったん 2 つか 3 つに切り分け、その後、セロテープでとめてください。)

次に、パーツ IV 上の点で、図 0.4 の図 V の点 A, B, C, A', B', C', A'', B'', C'' にあたる場所に、そう書き込んで下さい。すぐ、あとで使います。

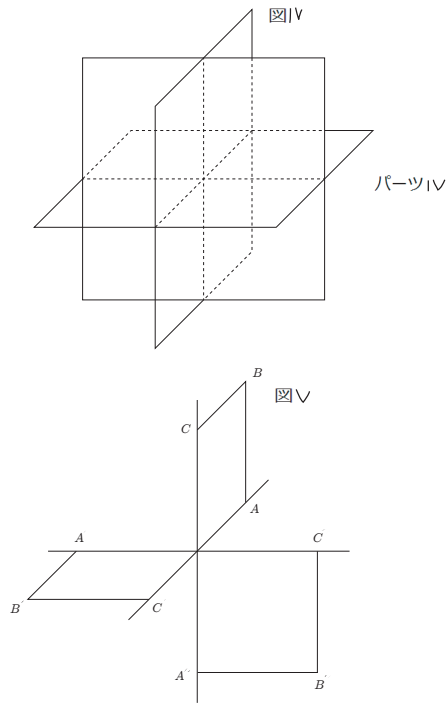


FIGURE 0.4.

Figure Iの各コピーを実線に沿って切ります。図の中にある実線も切り込みを入れます。切り込みを入れたあとのものをパーツI'と呼ぶことにします。今、パーツI'が3個有ります。

各パーツI'を、点線に沿って折ります。点線が内側になるように90度に折ってください。セロテープを使って、辺と辺が合うところを貼って下さい。このとき2個のBが合うことに注意してください。図0.5の図形が得られました。この図形をパーツIと呼びます。

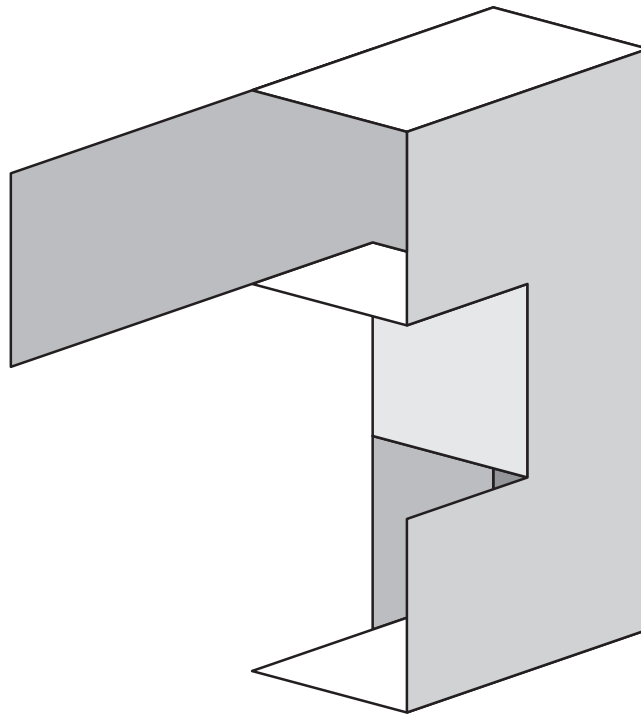


FIGURE 0.5.

パーツ I が 3 個用意できました。それぞれ、パーツ I 其の壺、パーツ I 其の式、パーツ I 其の参と呼ぶことにします。A, B, C が各パーツに書き込まれています。

パーツ I 其の壺を パーツ IV にセロテープを使って貼ります。その際、

パーツ I 其の壺の A が パーツ IV の A に、
パーツ I 其の壺の B が パーツ IV の B に、
パーツ I 其の壺の C が パーツ IV の C に、合うようにします。図 0.6 のものを得ました。

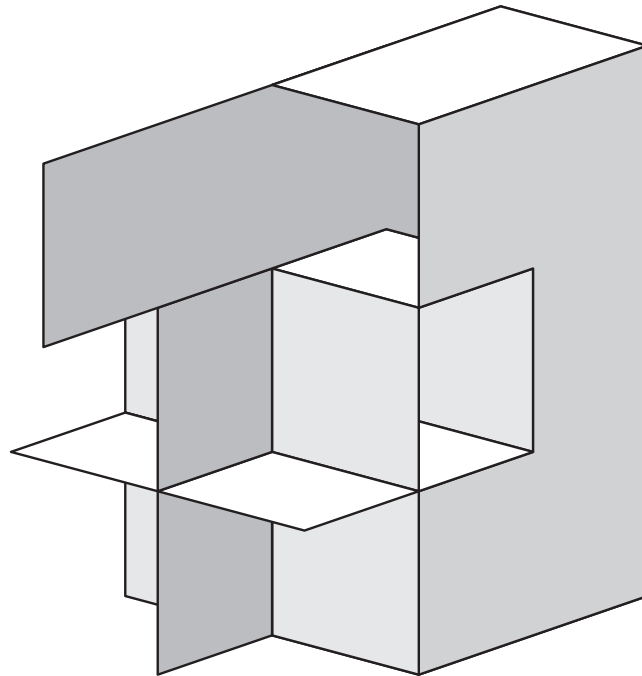


FIGURE 0.6.

パーツ I 其の式 (其の参) に書き込んである A, B, C を A', B', C' (A'', B'', C''). と呼ぶことにします。

パーツ I 其の式を ‘パーツ IV と パーツ I 其の壺の合体したもの’ にセロテープを使って貼ります。その際、 A' が A' に、 B' が B' に、 C' が C' に、合うようにします。

パーツ I 其の参を ‘パーツ IV と パーツ I 其の壺とパーツ I 其の式との合体したもの’ にセロテープを使って貼ります。その際、 A'' が A'' に、 B'' が B'' に、 C'' が C'' に、合うようにします。

図 0.7 のような図形を得ます。これをパーツ VI と呼びます。

このとき、パーツ I のひとつに書かれている矢印は、別のパーツ I に書かれている二重矢印に合います。

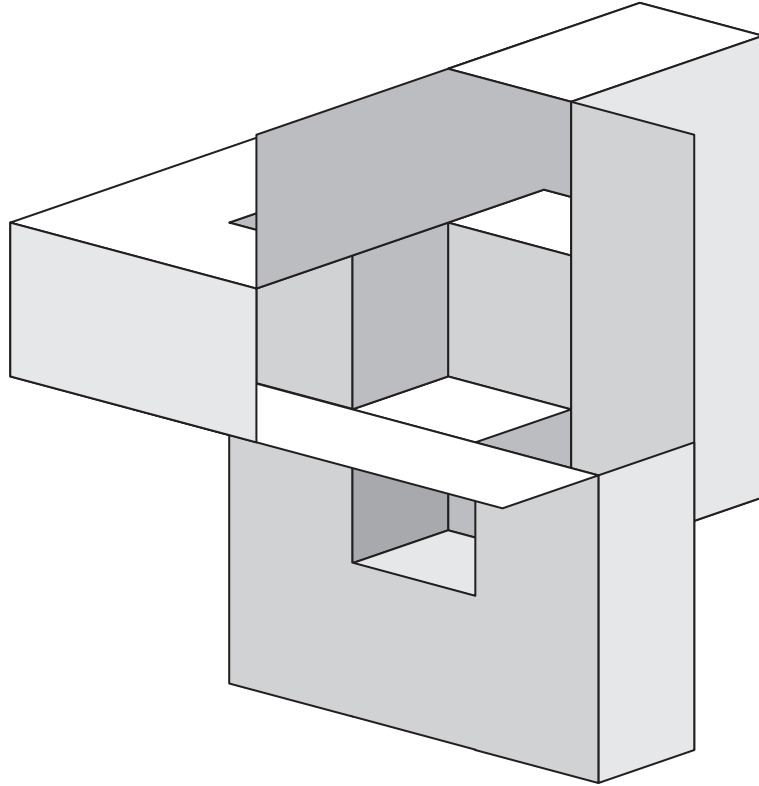


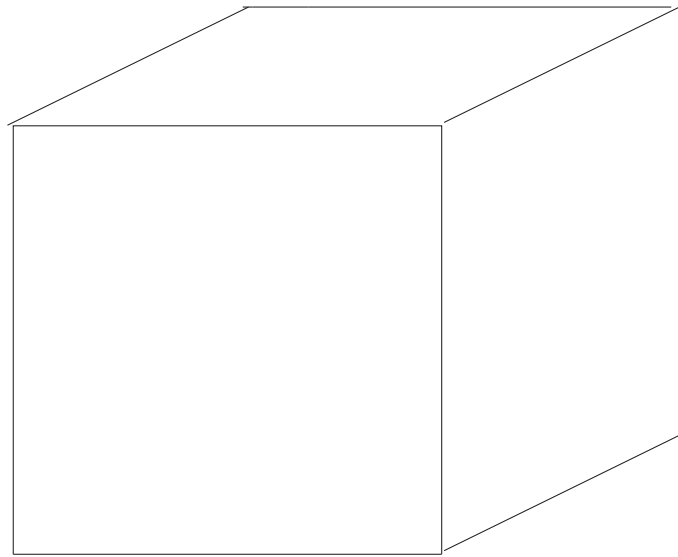
FIGURE 0.7.

Figure II のコピーを実線に沿って切ります。できたものをパーツ II' と呼びます。

パーツ II' を、点線に沿って、点線が内側になるように 90 度に折ります。

セロテープを使って、貼って 図 0.8 のような図形を作ります。その際、二個の P が一致します。

この図形を パーツ II と呼びます。



Piece II

FIGURE 0.8.

さて、あと少しでボーイ・サーフェスが完成です。

パーツIIをパーツIVにセロテープで貼ります。その際、パーツIIに描かれた各星が、パーツVIに描かれた各星に合うようにします。すると 図 0.9 のものが得られます。これが、ボーイ・サーフェスです。

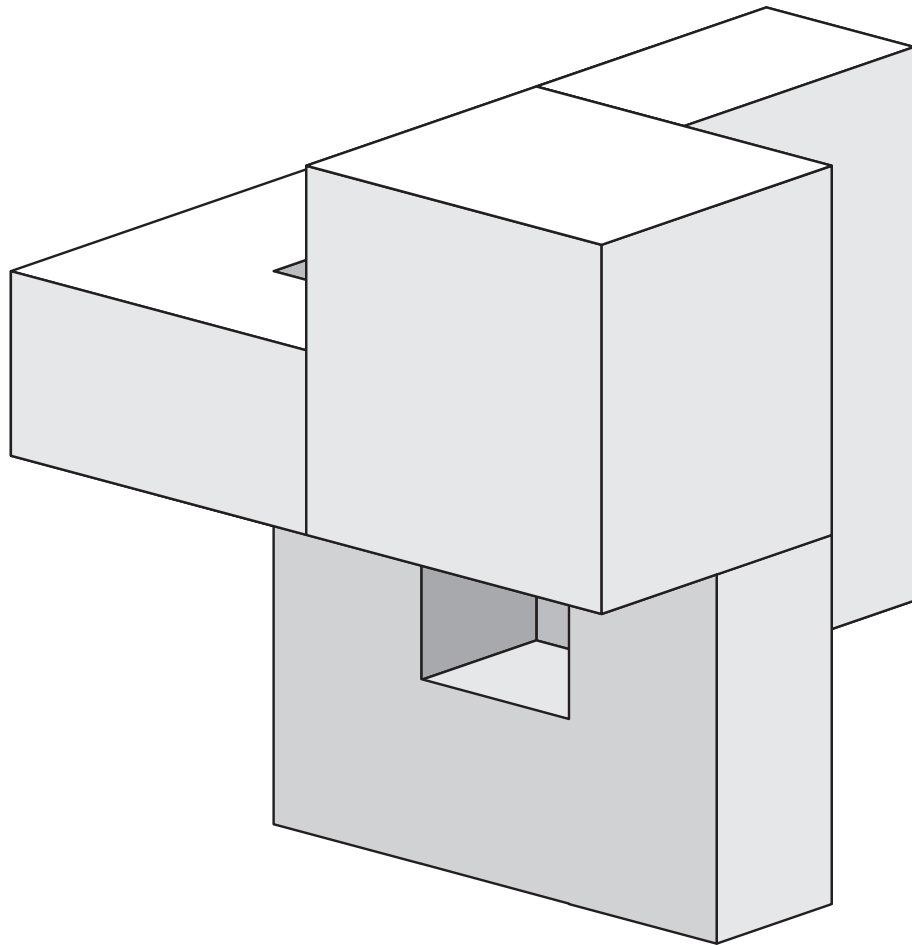


FIGURE 0.9.

図 0.10 は、図 0.9 の図を別の角度から見た図です。

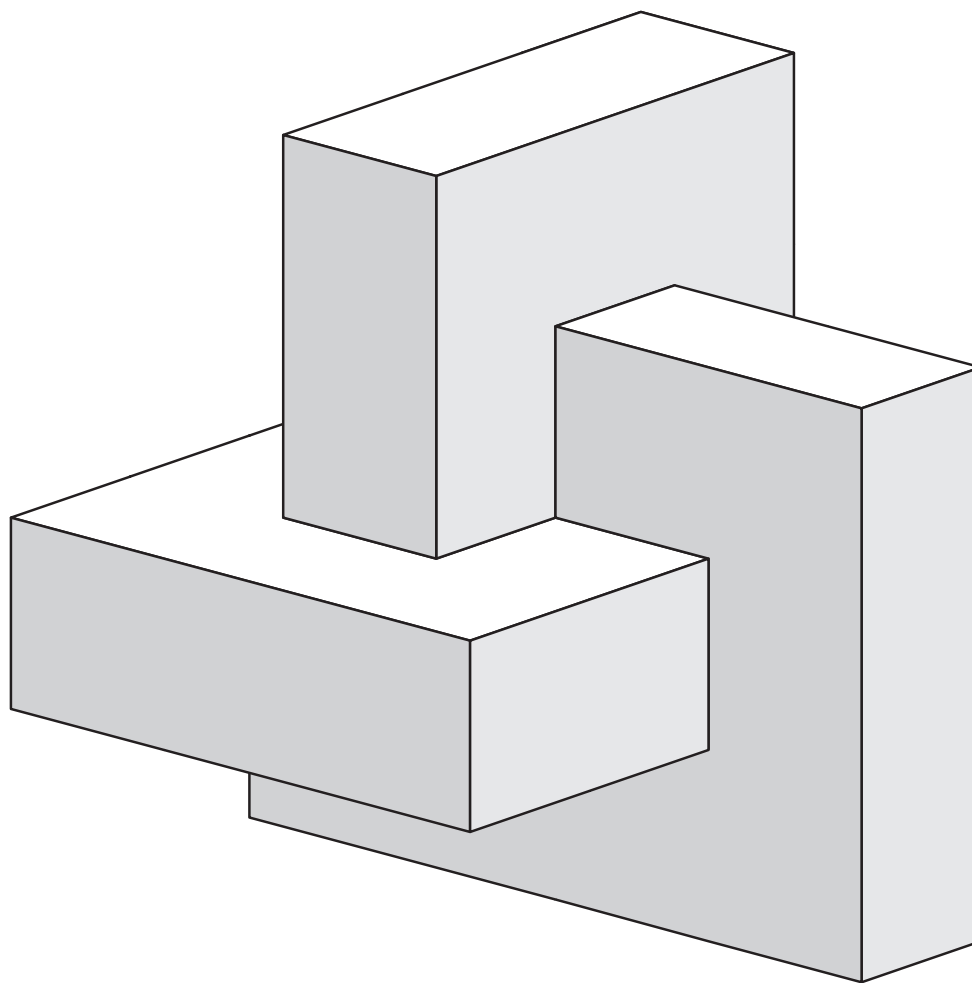


FIGURE 0.10.

今、われわれの作ったボーイ・サーフェスは図 0.11 のような角(かど)を持っています。

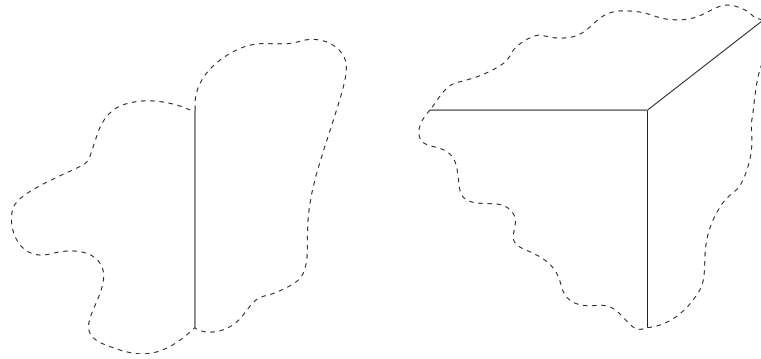


FIGURE 0.11.

もしも、角(かど)のない方(ほう)がお好きでしたら、角(かど)のないものを想像してみてください。もしくは角(かど)を曲げたものを作ってみてください。図 0.1 のものようになります。

REFERENCES

- [1] W. Boy: Über die Curvatura integra und die Topologie geschlossener Flächen, *Math. Ann.* 57 (1903) 151-184.
- [2] C. Giller: Towards a classical knot theory for surfaces in \mathbb{R}^4 *Illinois. J. Math.* 26 (1982) 591-631.
- [3] J. W. Milnor and J. D. Stasheff: Characteristic classes. *Annals of Mathematics Studies, No. 76. Princeton University Press* 1974.
- [4] E. Ogasa: The projections of n -knots which are not the projection of any unknotted knot *Journal of knot theory and its ramifications, 10 (2001) 121-132* UTMS 97-34, math.GT/0003088
- [5] E. Ogasa: Singularities of projections of n -dimensional knots *Mathematical Proceedings of Cambridge Philosophical Society 126 (1999) 511-519* UTMS96-39
- [6] E. Ogasa: Make your Boy surface arXiv[mathGT]1303:6448 2013
- [7] E. Ogasa: 異次元への扉 日本評論社 2009

著者は本稿の工作の動画を作りました。Youtubeに置きました。動画のウェブサイトは著者のウェブサイトとも繋がっています。どちらのウェブサイトも検索エンジンで

Eiji Ogasa

おがさえいじ

小笠英志

Make your Boy surface
などで検索出来ます。